

Taux moyen équivalent

L'idée générale de cette partie est de se donner les moyens de "partager" un taux d'évolution et plusieurs taux d'évolution successifs égaux, qu'on appellera taux moyen équivalent.

Situation-problème :

On a un taux d'évolution de 10% la 1ère année et de 20% la 2ème.

On souhaiterait connaître le taux d'évolution moyen annuel...

- Comment calculer simplement ce taux moyen d'évolution ? C'est l'objet de cette partie.

Le 1er taux correspond à un coefficient multiplicateur de 1,1 et le seconde de 1,2. Ce qui nous donne un coefficient multiplicateur global sur les 2 ans de $1,1 \times 1,2 = 1,32$ soit une hausse de + 32%.

Si x désigne le taux moyen par année alors $x^2 = 1,32$ et $\text{racine}(x) = 1,1489$ environ, soit un taux de 14,89%.

Définition

Racine n-ième

Soit a un nombre réel **positif** et n un nombre entier naturel non-nul.

L'équation $x^n = a$ admet une unique solution positive, le nombre $a^{\frac{1}{n}}$, parfois noté $\sqrt[n]{a}$.

- Ce nombre s'appelle la **racine n-ième** de a .

Exemple pour la calculatrice

- 2 est la racine cubique de 8, en effet, $2^3 = 8$, ou encore $8^{1/3} = 2$.
- La racine cinquième de 1024 est 4, en effet, $1024^{1/5} = 4$
- La racine quatrième de 1,36 est environ 1,08

Fondamental

Soit t le taux d'évolution global d'une quantité sur une certaine période,

soit n le nombre de subdivisions de la période en question.

Le taux moyen équivalent t_m pour chaque subdivision de la période, vérifie l'égalité :

Autrement dit, le coefficient multiplicateur associé au taux moyen équivalent pour chacune des n subdivisions de la période est la **racine n-ième** du coefficient multiplicateur associé au taux d'évolution global de la période.

Remarque

Subdivisions usuelles

Lorsqu'on divise une année on a :

- 2 subdivisions c'est 2 **semestres**
- 4 subdivisions c'est 4 **trimestres**
- 12 subdivisions c'est 12 **mois**

